Д.Д. Рыбдылова
Россия, Улан-Удэ, Бурятский государственный университет

Развитие математического мышления школьников как одна из целей обучения

В статье исследуется методический аспект проблемы развития математического мышления школьников, рассматриваются вопросы организации учебной деятельности по решению задач, способствующей формированию теоретического обобщения.

D.D. Rybdylova

School children's mathematical thinking development as a purpose of teaching

The paper discusses the problem of development of school children's mathematical thinking. The questions of organization of training activity in problem solving are considered in the paper.

В исследованиях, посвященных проблемам обучения математике в школе, в настоящее время особое внимание уделяется вопросам развития мышления детей. Мышление - это обобщенное отражение действительности, поэтому проблема обобщений, понятий, значений, знаний - одна из классических проблем психологии. Одним из оснований, по которому выделяют виды мышления, является тип соответствующего обобщения. В связи с большим значением для психологических и педагогических исследований особое внимание уделяется эмпирическому и теоретическому типам обобщения и соответствующим им видам мышления. Обобщение, в процессе осуществления которого обнаруживаются закономерности, необходимые взаимосвязи особенных и единичных явлений с общей основой некоторого целого, открывается закон становления внутреннего единства этого целого, есть теоретическое обобщение. При этом обобщение здесь достигается не путем простого сопоставления признаков у отдельных объектов, а путем анализа сущности изучаемых предметов и явлений. Эмпирический путь обобщения - путь постепенного обобщения материала с варьированием многообразия частных случаев.

Исследуя виды обобщения в обучении, В.В.Давыдов делает вывод: абстракция, обобщение и понятия, обеспечивающие теоретическое мышление, по своему содержанию и форме иные, чем в эмпирическом мышлении. Он указывает на необходимость формирования в процессе воспитания и обучения именно теоретического мышления, используя в качестве основы эмпирическое мышление. Д.Б. Эльконин и В.В. Давыдов предлагают психолого-педагогическую концепцию развития мышления как перехода от эмпирического мышления к теоретическому в процессе специальным образом организованной учебной деятельности учащихся. Мыслительная деятельность, направленная на расчленение и регистрацию результатов чувственного опыта, есть эмпирическое мышление, мышление, раскрывающее сущность объектов, внутренние законы их развития, есть теоретическое мышление [2, с.89]. Теоретическое мышление имеет ряд характерных черт: анализ как способ обнаружения генетически исходной основы некоторого целого; рефлексия, благодаря которой человек рассматривает основания своих собственных мыслительных действий и тем самым опосредствует одно из них другими, раскрывая при этом их внутренние взаимоотношения; теоретическое мышление осуществляется в основном в плане умственных действий (плане мыслительного эксперимента).

В современном познании и практической деятельности особо выделяют роль математики, называя наше время эпохой математизации знаний. «Математизация наших знаний состоит не только в том, чтобы использовать уже готовые математические методы и результаты, а в том, чтобы создавать тот специфический математический подход, который позволял бы точно и полно описывать интересующий нас круг явлений, выводить необходимые следствия и использовать получаемые результаты для практической деятельности» [1, с.78]. В связи с этим перед школой ставится задача развития математического мышления учащихся. При ее решении возникает вопрос о том, что представляет собой математическое мышление, каковы его особенности.

Согласно философско-психологической концепции деятельности С.Л.Рубинштейна, человек и его мышление формируются, развиваются и проявляются в деятельности, которая характеризуется рядом особенностей: это всегда деятельность субъекта; выступая как взаимодействие субъекта и объекта, она всегда предметна, содержательна; имеет творческий и самостоятельный характер. В психологических и педагогических концепциях, из которых мы исходим, основным предметом исследования мышления является мышление как процесс, как деятельность. Любое явление, процесс представляет собой единство содержания и формы. Мыслительный процесс всегда осуществляется применительно к определенному предметному содержанию и проявляется в форме, обусловленной этим содержанием. Математическое мышление имеет особенное предметное содержание, определенное предметом математики – математическими структурами, и поэтому выступает (проявляется)в особенной форме. Мышление есть процесс отражения объективного мира в сознании человека, его формами являются структуры отдельных мыслей и их особых сочетаний. В процессе познания математики и ее приложений, в процессе изучения человеком объектов реальной действительности посредством математики мышление проявляется в особой форме, отражающей формы существования реальных объектов. Каждая конкретная умственная деятельность имеет свою специфику, состоящую в том, что каждая из умственных операций, входящих в состав этой деятельности, по выражению С.Л.Рубинштейна, «преломляется через конкретное содержание предмета». Мышление, связанное с математической деятельностью, имеет свое особенное предметное содержание, в связи с чем представляется возможным выделение математического мышления. Математическое мышление полностью отвечает той характеристике, которая присуща мышлению вообще, но имеет свои особенности, которые обусловлены спецификой изучаемых при этом объектов, а также спецификой методов их изучения [3].

Математику определяют как науку о пространственных формах и количественных отношениях реального мира. Однако качественные изменения, произошедшие на протяжении последних ста с лишним лет в математике, привели к новому, более общему взгляду на ее объекты и методы исследования [7, с.25]. Степень абстрактности ее понятий и теорий значительно возросла. Математика не ограничивается изучением свойств и отношений между величинами и пространственными фигурами, которые составляют лишь часть более обширного и глубокого учения о математических структурах и категориях. Все структуры современной математики возникают через ряд последовательных ступеней отвлечения и последующего обобщения, то есть являются абстракциями от абстракций. Это привело к взгляду на математику как науку об абстрактных структурах и категориях. Л.Д.Кудрявцев, говоря о предмете математики, пишет: «Можно сказать, что математика - это область человеческого знания, в которой изучаются математические структуры» [4, с.65]. Особенности внутренней, теоретической деятельности - деятельности отвлеченного мышления - определяются тем, что она протекает без прямого соприкосновения с внешней действительностью, с объектами материального мира, хотя и опирается обычно на те или иные чувственные представления, схемы и т.п. К тому же во многих случаях теоретическое мышление не нуждается в отправной предметной основе, которая может быть представлена в ее отраженной идеальной форме - в форме знаний, понятий. Поэтому в отличие от процессов познания, которые осуществляются непосредственно в практике и которые в силу этого жестко ограничены рамками возможности производить те или другие действия в наличных предметных условиях, теоретическая мыслительная деятельность обладает принципиально беспредельными возможностями проникновения в реальность, в сущность ее явлений. Философы, математики, рассматривая математику как метод познания, отмечают своеобразие отражения им реального мира. Для математики характерно то, что она отвлекается от многих специфических свойств предметов, особенностей явлений и изучает только их пространственные формы, свойственные им количественные отношения и абстракции от полученных абстракций. Вследствие этого она способна отражать общие черты качественно различных явлений. Н.А. Терешин пишет об особенностях математического познания: «Математические понятия абстрагируются от ряда свойств вещей, и математика, теряя в конкретности изучения явлений, выигрывает в общности. Законы математики и ее выводы оказываются применимыми к самым разнообразным явлениям природы, техническим процессам и даже социальным явлениям» [7, с.32]. В данном исследовании *под математическим мышлением будем понимать мышление, объектами которого являются математические объекты (математические понятия, математические структуры).* Математические объекты являются абстракциями свойств, отношений реального мира, а также абстракциями от полученных абстракций (абстракции высших порядков).

Изучая школьный курс математики, решая математические задачи, дети очень часто теряются при предъявлении им задач, внешне не похожих на те, которые они решать научились, но которые можно решить, пользуясь известными им способами. Если ученики не видят возможности применения этих способов, то приходится признавать, что общий способ решения задач данного класса они не установили. Для того чтобы общий способ решения установить, учащиеся должны выполнить обобщение. Очень важным нам представляется формирование у детей именно содержательного (теоретического) обобщения, основанного на анализе сущности изучаемых предметов и явлений. Наличие у ребенка анализа как основы содержательного обобщения может проявиться в его умении выявлять существенные отношения при решении задач.

Рассмотрим возможный вариант организации поиска исходного отношения в процессе решения серии задач. В качестве первых частных задач используются следующие задачи.

Задача №1. Можно ли 20 орехов раздать 3 школьникам так, чтобы каждый получил нечетное число орехов?

Приступив к анализу задачи, дети сразу уточняют: не обязательно, чтобы у всех школьников орехов было поровну. Поэтому следует найти ответ на следующий вопрос: можно ли представить число 20 в виде суммы трех нечетных чисел? Задача сводится к поиску трех нечетных чисел, сумма которых равна 20. Вначале дети обычно пытаются просто подобрать три таких числа, имея в виду, что каждое из них не должно быть больше двадцати. Например, взяв в качестве первых двух числа 11 и 7, дети выясняют, что третьим числом должно быть число 2 (т.к. 20 – 11 - 7 = 2). Подобрать три нечетных числа, сумма которых была бы равна 20, они не могут. Некоторые из них на вопрос задачи отвечают: «Нет, нельзя». На вопрос «Почему?» у учеников поначалу ответа может не быть. Тогда можно спросить: «Может все-таки есть таких три нечетных числа, только вы их не нашли?». Но перебором решить задачу практически невозможно. Таким образом, учащиеся понимают, что ответ необходимо получить каким-то другим способом.

Анализ первых попыток позволяет заметить, что сумма двух нечетных чисел – не число. В приведенном примере для нахождения третьего числа можно составить не выражение 20 - 11 - 7, а выражение 20 - (11 + 7). Если же к четному числу прибавить нечетное, то получится нечетное число, то есть сумма трех нечетных чисел есть нечетное число. А так как общее число орехов 20, четное число, то раздать их 3 ученикам так, чтобы каждому досталось нечетное число орехов, невозможно. Ответ: нет.

Задача №2. Можно ли 100 орехов раздать 25 школьникам так, чтобы каждый получил нечетное число орехов?

Ответ: нет. Ученики знают, что в данном случае существенным является то, что общее число орехов - четное число, количество школьников - нечетное число, число орехов у каждого - нечетное число.

Задача №3. Можно ли 99 тетрадей раздать 5 школьникам так, чтобы каждый получил четное число тетрадей?

Ответ: нет. В этой задаче существенно то, что общее число тетрадей - нечетное число, количество школьников - нечетное число, число тетрадей у каждого - етное число. Ученики выявляют важное отношение между значениями слагаемых и значением их суммы: сумма двух четных чисел есть число четное; сумма нескольких четных чисел есть число четное.

В результате анализа данных трех задач учащиеся выделяют исходные отношения между значениями слагаемых и значением суммы: если к четному числу прибавить четное число, то получится четное число; если к нечетному числу прибавить нечетное число, то получится четное число; если к четному числу прибавить нечетное число, то получится нечетное число. Отсюда можно получить ответы на следующие вопросы.

1) Можно ли представить некоторое четное число в виде суммы нечетных слагаемых, если число слагаемых нечетно? (Ответ: нет.)

2) Можно ли представить некоторое нечетное число в виде суммы четных слагаемых? (Ответ: нет.)

Кроме того, дети могут самостоятельно сформулировать вопросы для случаев, когда некоторое четное число требуется представить в виде суммы нечетных слагаемых, если число слагаемых четно и др. Вариантов много, удобно представить их в таблице (табл. 1). Обозначим буквой x количество школьников (количество подмножеств), буквой y - количество предметов, которые будут даны каждому школьнику (количество элементов в каждом подмножестве), буквой z - общее количество предметов (элементов). x, y и z могут принимать значения: «четное число» (Ч.), «нечетное число» (Н.). Полезно выделить в таблице столбцы, в клетки которых можно вписывать соответствующие ответы.

Таблица 1

z	x	y	Ответ		z	x	y	Ответ
Ч.	Ч.	Ч.	Да		Н.	Ч.	Ч.	Нет
Ч.	Ч.	Н.	Да		Н.	Ч.	Н.	Нет
Ч.	Н.	Ч.	Да		Н.	Н.	Ч.	Нет
Ч.	Н.	Н.	Нет		Н.	Н.	Н.	Да

Остальные ответы ученики находят, уже опираясь на знание выявленного ими существенного отношения.

Еще в начальной школе после знакомства с действием деления ученики узнают, что натуральные числа, которые делятся на 2, называются четными, а натуральные числа, которые не делятся на 2, называются нечетными. Позже, в ходе изучения курса алгебры, они узнают, что если число a - четное, то существует такое целое число x, что $a = 2x$, если же число a - нечетное, то представить его можно следующим образом: $a = 2x + 1$, где x - целое число.

Используя указанные знания, дети могут доказать, что действительно сумма четных чисел есть четное число. Пусть a и $в$ - четные числа, тогда их можно представить следующим образом: $a = 2x$, $в = 2y$, где x и y - некоторые целые числа. Тогда $a + в = 2x + 2y = 2(x + y)$, где $(x + y)$ - целое число.

Это значит, что $(a + в)$ можно записать в виде произведения числа 2 на целое число, т.е. $(a + в)$ является четным числом.

Аналогично доказывается, что сумма двух нечетных чисел есть четное число, сумма четного и нечетного чисел есть нечетное число. (Вопрос о замкнутости множества целых чисел относительно сложения в явном виде школьники не рассматривают, но считается, что им интуитивно понятно, что сумма целых чисел является также целым числом.) Описанная работа над серией задач дает также возможность формировать у учеников умения, необходимые для выполнения прямых по способу ведения (форме) доказательств утверждений.

На практике можно наблюдать стремление школьников задачу №1 решить перебором, т.е. в ходе рассмотрения всех возможных различных вариантов выбора нечетных чисел. Но перебирать в рассматриваемом нами случае надо очень много вариантов, поэтому дети самостоятельно приходят к пониманию необходимости использования другого способа решения. Они понимают, что им поможет какое-то обобщение, сведения общего характера об отношениях между четными и нечетными числами.

Часто дети стремятся получить обобщение в ходе варьирования большого числа частных случаев. Дети собирают в большом количестве частные данные. Можно сказать, что это данные, полученные в результате опытов. Постепенно ими «нащупывается» то, что связывает четные и нечетные числа. В таком случае ученики приходят к обобщению эмпирическим путем - через сравнение и постепенное выделение сходных компонентов решения. Если же учитель считает нужным формировать у детей теоретическое обобщение, то он научит их выполнять теоретический анализ. На материале задач №1-3 у детей можно формировать умение находить существенные отношения. Анализируя задачи, они ищут те отношения, которые позволят связать единичное явление с общей основой некоторого целого, открыть закон становления внутреннего единства этого целого. Ребенок должен научиться обобщать, анализируя одно явление в ряде сходных явлений. В нашем случае он может получить обобщение, анализируя первую задачу описанным ранее образом.

Нельзя преуменьшать и значение эмпирического обобщения. Приведенный пример как раз показывает, что на основе выполнения эмпирического обобщения можно учить детей выполнять обобщение теоретическое.

В данном исследовании развитие мышления рассматривается как переход от эмпирического мышления к теоретическому, т.е. как переход от мышления, основывающегося на эмпирическом обобщении, к мышлению, основывающемуся на теоретическом обобщении. Создать условия для такого перехода можно, специальным образом организовывая учебную деятельность детей по решению задач. Математическое мышление – мышление, объектами которого являются математические объекты. Поэтому *развитие математического мышления будем рассматривать как переход от эмпирического мышления, осуществляемого применительно к математическим объектам, к теоретическому мышлению, оперирующему математическими объектами.* Иными словами, *развитие математического мышления будем понимать как переход от мышления, направленного на анализ и регистрацию результатов рассмотрения многообразных частных случаев, сопоставление признаков отдельных математических объектов, к мышлению, направленному на анализ сущности изучаемых математических объектов, раскрывающему их сущность, внутренние законы их развития.*

Таким образом, формирование и развитие математического мышления являются одной из основных целей обучения. Развитие математического мышления представляют как формирование общих и специальных математических мыслительных способностей, умений, оно предполагает целенаправленное формирование на математическом материале качеств научно-теоретического мышления, обучение школьников методам познания, общим и специфическим приемам мышления, а также развитие разных типов математического мышления. В предлагаемом исследовании развитие математического мышления рассматривается как переход от эмпирического мышления, осуществляемого применительно к математическим объектам, к теоретическому мышлению, оперирующему математическими объектами.

Литература

1. Гнеденко Б.В. Математика и математическое образование в современном мире. - М.: Просвещение, 1985. - 192 с.

2. Давыдов В.В. Проблемы развивающего обучения: Опыт теоретического и экспериментального

психологического исследования. - М.: Педагогика, 1986. - 240 с.

3. Колягин Ю.М. Математические задачи как средство обучения и развития учащихся средней школы: Автореф. дис.... д-ра пед. наук. - М., 1977. – 55 с.

4. Кудрявцев Л.Д. Современная математика и ее преподавание. - М.: Наука, 1985. - 2-е изд. -176 с.

5. Метельский Н.В. Дидактика математики: Общая методика и ее проблемы. - Минск: Изд-во БГУ, 1982. - 2-е изд. – 256 с.

6. Рубинштейн С.Л. Основы общей психологии: В 2 тт. – М.: Педагогика, 1989. – Т.2. – 328 с.

7. Терешин Н.А. Мировоззренческая направленность курса методики преподавания математики. - М.: Прометей, 1989. - 109 с.

8. Эйнштейн А. Без формул / сост. К.А. Кедров. – М.: Мысль, 2003.– 222с.

9. Sadker M.P., Sadker D.M. Teachers, schools and society. – 2nd ed.– New York: McGraw-Hill, Inc., 1991. – 546 p.

Г.В. Рылова

Россия, Чита, Забайкальский государственный гуманитарно-педагогический университет им. Н.Г. Чернышевского

Междисциплинарная интеграция как средство повышения качества подготовки будущих специалистов

В статье рассмотрены методы и формы совершенствования учебного процесса как одного из факторов повышения качества подготовки будущих специалистов. Затронуты механизмы междисциплинарной интеграции, технология модульного обучения в русле компетентностного подхода.

G.V. Rylova

Integration branches of science as means of improving the quality of specialists' haining

The article is devoted to the methods and forms of improving the process of education as one of the factors of improving the quality of specialists' haining. The problem of the integration branches of science, technology of modulated education in the processing and competitive approaches is also covered in the article.

Изменившаяся социально-экономическая ситуация в нашей стране, новая личностно-ориентированная парадигма образования, развитие многоуровневой системы высшего профессионального образования на основе государственных образовательных стандартов нового поколения поставили перед высшей школой России комплекс научно-методических проблем, связанных с подготовкой выпускников вузов к профессиональной деятельности.

Подготовленность выпускника вуза к профессиональной деятельности должна обеспечить его конкурентоспособность на рынке труда, что возможно только при высоком уровне качества обучения студентов.

Качество обучения студентов - ключевая проблема функционирования высшего профессионального образования. Следует признать необходимость использования комплексных мер, в основе которых лежат научно-педагогические методы совершенствования учебного процесса. Существо указанной образовательной проблемы – обеспечение требуемого уровня качества обучения - имеет социальную природу, следовательно, для ее разрешения возможны социально-психологические и дидактические способы, обусловливаемые методами научной педагогики.

Как основное направление внутренней педагогической политики университета (Забайкальский государственный гуманитарно-педагогический университет им Н.Г. Чернышевского) принято целенаправленное использование достижений теории обучения. Педагогическая наука отражает единые объективные законы процесса обучения, следовательно, психолого-педагогическая сущность и закономерности процесса обучения