© В.В. Бороноев, И.В. Лебединцева

Россия, Улан-Удэ, отдел физических проблем при Президиуме БНЦ СО РАН

Возможности применения непрерывного вейвлет-преобразования для анализа модельных пульсовых сигналов

Показаны возможности применения непрерывного вейвлет-преобразования для анализа модельных пульсовых сигналов. Установлено, что вейвлет-анализ способен выявлять локальные особенности сигнала, не отражающиеся на Фурье-спектрах, а также исследовать изменение спектрального состава пульсового сигнала.

© V.V. Boronoev, I.V. Lebedintseva

Application possibilities of the continues wavelet-transform for the analysis of model pulse signals

The paper shows the possibility of continuous wavelet transform (CWT) application for the analysis of pulse model signals. It has been found that wavelet analysis is capable of defining local characteristics of a signal that are not revealed on the Fourier-spectrals, besides it is capable of investigating any changes in the spectral distribution of a pulse signal.

Введение

Основным математическим инструментом обработки и изучения спектральной (частотной) структуры пульсовых сигналов является преобразование Фурье, которое предполагает стационарность исследуемого сигнала. Пульсовая волна является квазипериодическим процессом, частотный состав и основные показатели которой зависят от времени и могут изменяться в пределах временного интервала наблюдения. Поэтому для определения некоторых диагностических параметров пульсовой волны помимо общей спектральной мощности сигнала требуются знания о локальном поведении пульсового сигнала, его характерных точках и изменении спектрального состава в различные промежутки времени. Преобразование Фурье дает интегральную (общую) оценку частотного состава сигнала, его недостаток заключается в том, что частотные компоненты не могут быть локализованы во времени. Для наиболее полного исследования спектральных характеристик пульсовых волн требуется применение других методов.

Вейвлет-преобразование – новый метод цифровой обработки сигналов, позволяющий получить зависимость амплитуды от частоты и времени, применяется для исследования нестационарных сигналов различной природы. Путем представления локальных свойств сигнала в частотно-временной структуре вейвлет-анализ является перспективным и информационно дополняющим методом обработки сигналов.

Вейвлет-преобразования

Вейвлет-преобразование одномерного сигнала состоит в разложении по базису, сконструированному из обладающей определенными свойствами функции (вейвлета) посредством масштабных изменений и переносов. Каждая из функций этого базиса характеризует как определенную пространственную (временную) частоту, так и ее локализацию в физическом пространстве (времени).

Таким образом, вейвлет-преобразование обеспечивает двумерную развертку исследуемого сигнала, при этом частота и координата рассматриваются как независимые переменные. В результате, как отмечено выше, появляется возможность анализировать свойства сигнала одновременно в физическом (время, координата) и в частотном пространствах.

Следует подчеркнуть, что несмотря на значительные возможности этого метода цели вейвлет-анализа довольно скромные. Он помогает распознать и описать некоторые дотоле скрытые характеристики сигнала, в частности его симметрии, но не претендует на объяснение лежащей в их основе динамики и физической природы, хотя и может дать некоторые указания в этом направлении [1].

Непрерывное вейвлет-преобразование производится путем свертки анализируемой функции $f(t)$ с двухпараметрической вейвлет-функцией $\psi_{a,b}$, вычисляемой по формуле (1) [2-4]:

$$W(a,b)=\langle f,\psi_{a,b}\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} a^{-1/2}\,\overline{\psi\left(a^{-1}(t-b)\right)}\,f(t)dt, \qquad (1)$$

(черта сверху обозначает комплексное сопряжение), где $f(t)\in L^2(R)$, параметр a – масштабный множитель и b – параметр сдвига.

При этом функция ψ должна удовлетворять условию (условию допустимости):

$$C_\psi = 2\pi\int_{-\infty}^{\infty}\frac{|\hat{\psi}(w)|^2}{|w|}dw<\infty, \qquad (2)$$

где $\hat{\psi}(w)$ – фурье-образ функции $\psi(t)$.

Результатом вейвлет-реобразования одномерного сигнала является двумерный массив амплитуд вейвлет-преобразования – значений коэффициентов $W(a,b)$. Коэффициенты вейвлет-преобразования содержат комбинированную информацию об анализирующем вейвлете и анализируемом сигнале. Распределение этих значений в пространстве (a,b)=(*временной масштаб, временная локализация*) дает информацию об эволюции относительного вклада компонентов разного масштаба во времени.

Результаты непрерывного вейвлет-анализа целесообразно представить в виде картины вейвлет-коэффициентов $W(a, b)$ (в некоторой литературе, например в [5], ее называют вейвлет-спектром или топографической картой [6]). Вейвлет-спектр представляет собой значения вейвлет-коэффициентов в плоскости масштаб-время, значения которых определяют цвет соответствующей области вейвлет-картины.

В тех случаях, когда необходимо показать очень широкий диапазон масштабов, визуализация результатов в логарифмических координатах, например, (log a,b) предпочтительнее, чем в линейных.

Примеры вейвлет-образующих функций

• Существует много различных видов вейвлетов, выбор которых зависит от цели решаемой задачи. Каждый вейвлет имеет характерные особенности во временном и в частотном пространствах, поэтому иногда с помощью разных вейвлетов можно полнее выявить и подчеркнуть те или иные свойства анализируемого сигнала и повысить точность вычислений. Наиболее часто используемые вейвлеты принято делить на:

• "грубые" - вейвлеты гауссова типа, Морле и "мексиканской шляпы";

• бесконечно регулярные - вейвлеты Мейера и дискретный вейвлет Мейера.

• ортогональные с компактным носителем - вейвлеты Добеши, Симлета и койфлетами

• биортогональные парные с компактным носителем – относят В-сплайновые биортогональные вейвлеты Шенберга

• комплексные - комплексные вейвлеты Гаусса, Морле, Шеннона и частотные В-сплайновые вейвлеты.

Применение непрерывного вейвлет-анализа к модельным пульсовым сигналам

Основные особенности используемого метода продемонстрируем на модельных пульсовых сигналах.

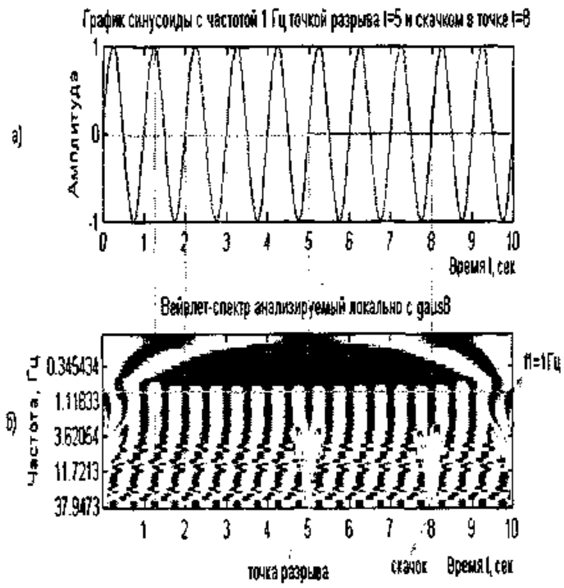

Рис. 1. Вейвлет-спектр гармонического сигнала

Рассмотрим синусоиду с частотой 1 Гц, с устранимой точкой разрыва в точке $t=5$

сек и скачком в точке $t=8$ *с* (рис.1а), и вейвлет-спектр ее коэффициентов, представленный на рис 1б. Нарушениям гладкости функции и экстремумам соответствуют большие значения вейвлет-коэффициентов: для вейвлета Гаусса 8 порядка (gaus8) - это сгущение светлых областей на вейвлет-спектре, а переходам сигнала через ноль – малые значения вейвлет-коэффициентов (сгущение темных областей). Точкам разрывов и скачкам, практически не видимым на самом графике сигнала, соответствуют вертикальные линии, выходящие из соответствующей точки. Чем резче выражена особенность, тем сильнее она выделяется и тем выше значения вейвлет-коэффициентов. Яркая черно-белая горизонтальная полоса на вейвлет-спектре соответствует частоте рассматриваемой синусоиды. Некоторое четко видимое усложнение вейвлет-спектра по краям – краевые разрывы – трактуются как вызванные ограниченной во времени областью существования сигнала.

Вейвлет-преобразование способно выявлять изменения спектрального состава сигнала. Данное свойство продемонстрируем на двух модельных сигналах, состоящих из трех гармоник с частотами 1, 2, 13 Гц, в первом из которых (рис.2а) две гармоники присутствуют на протяжении всего времени существования сигнала, а третья с малой амплитудой исчезает в момент времени $t=3$ *сек*, а во втором (рис. 3а) все три гармоники меняют свой период.

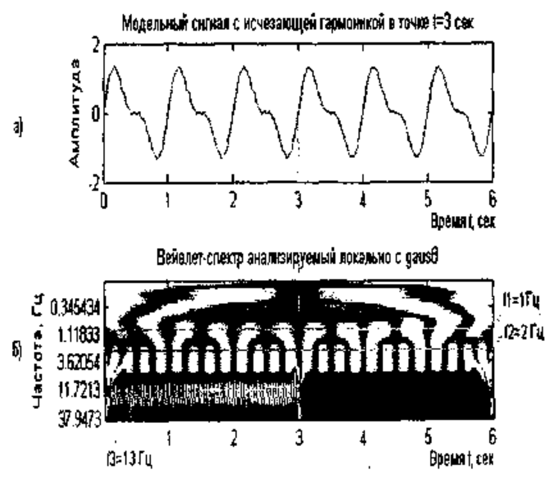

Рис. 2. Вейвлет-спектр первого модельного сигнала

На вейвлет-спектре первого модельного сигнала (рис. 2б), вейвлет-коэффициенты которых анализируются локально по абсолютным значениям, кроме двух горизонтальных полос, соответствующих частотам, существующих на всем интервале, в точке $t=3$ *сек* исчезает третья горизонтальная полоса, соответствующая исчезнувшей гармонике. Для данного сигнала Фурье спектр содержал бы три гармоники, не давая никакой информации об их изменениях (эволюции). На вейвлет-спектре второго модельного сигнала (рис. 3б), анализ вейвлет-коэффициентов которых идет локально по абсолютным значениям, горизонтальные полосы, соответствующие частотам гармоник сигнала, меняют свое положение в зависимости от изменения периода.

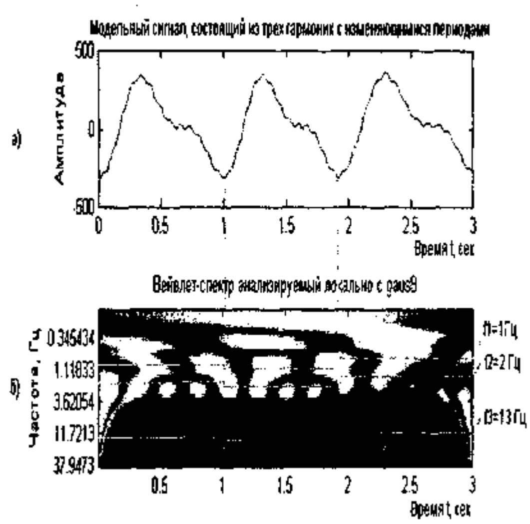

Рис. 3. Вейвлет-спектр второго модельного сигнала

Заключение.

Таким образом, вейвлет-анализ открывает новые возможности в детальном анализе нестационарных сигналов, к которым применение Фурье преобразования неэффективно. Оно позволяет:

– выявлять локальные особенности, которые не отражаются на Фурье-спектрах. Большие значения вейвлет-коэффициентов характерны для тех вейвлетов, которые располагаются вблизи локальных особенностей сигнала, а малые – тем вейвлетам, где функция локально гладкая. Чем резче выражена особенность сигнала, тем сильнее она выделяется на вейвлет-спектре и тем выше уровни вейвлет-коэффициентов. Гармоническим сигналам соответствует яркие черно-белые горизонтальные полосы, где значения вейвлет-коэффициентов велики;

– исследовать изменение спектрального состава исследуемого сигнала и его характеристик.

Литература

1. Дремин И.М., Иванов О.В., Нечитайло В.А. Вейвлеты и их использование // УФН. – 2001. – Т. 171, № 5.
2. Wavelets / Eds. J M Combes, A Grossmann, P Tchamitchian. – Berlin: Springer-Verlag,1989.
3. Wavelets and Their Applications / Ed. R Coifman. – Boston: Jones and Barlett Pudl., 1992.
4. Wavelets Analysis and Its Applications. – Vol. 1: An Introduction to Wavelets Vol. 2: Wavelets: A Tutorial in Theory and Applications. – San Diego: Academ. Press Inc., 1992.
5. Лазоренко О.В., Лазоренко С.В., Черногор Л.Ф. Применение вейвлет-анализа к задаче обнаружения кратковременных знакопеременных и сверхширокополосных процессов. // Электромагнитные волны и электронные системы. – 2004. – Т. 9, № 9 -10. – С. 31-54.
6. Витязев В.В. Вейвлет-анализ временных рядов: Учеб. пособие. – СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2001. – 58с.