© С.А. Ачитуев
Россия, Улан-Удэ, Бурятский государственный университет
© Д.Е. Урбанович
Россия, Иркутск, Институт динамики систем и теории управления СО РАН

Магистральные режимы в эколого-экономической модели Республики Бурятия[1]

Рассматривается задача оптимизации стратегии развития региона (Республика Бурятия) для агрегированной эколого-экономической модели, формализованного по сравнительно простой и достаточно общей схеме, предложенной при практическом моделировании ряда конкретных регионов. Сделана попытка имитационного моделирования для настоящего этапа развития РБ для вновь пересчитанных априорных данных.

© S.A. Achituev, D.E. Urbanovich

Main rate in ecology-economic model of Republic of Buryatia

The task of optimization of strategy of development of region is considered (Republic of Buryatia) for aggregated ecology-economic model formalized on rather simple and enough to the general (common) circuit, offered at practical modeling of a number of concrete regions. The attempt of imitating modeling for the present stage of development of Buryatia for again counted a priory of the data is made.

Введение

Конференция ООН по окружающей среде и развитию, состоявшаяся в июне 1992 г. в Рио-де-Жанейро на уровне глав государств и правительств провозгласила концепцию устойчивого развития как основу новой парадигмы будущего развития цивилизации. Она инициировала разработку национальных и региональных стратегий устойчивого развития.

Наиболее значимыми приоритетами стратегии устойчивого развития обозначены:

– экономический достаток;
– здоровая окружающая среда;
– рациональное управление ресурсами.

Для исследования моделей использовались принципы расширения и основанные на нем релаксационные расширения управляемых систем с неограниченными управлениями. В частности, использовался метод кратных максимумов.

Многие прикладные задачи оптимального управления оказываются вырожденными, имеющими магистральные решения. С более общих позиций можно говорить о магистральной природе решения любых таких задач. Дело в том, что при математической постановке таких задач, непосредственно связанной с моделированием реальных объектов, закладывается стандартное предположение о безынерционности переменных, олицетворяющих в модели управляющие воздействия, иначе – о возможности их мгновенного переключения с одного значения на любое другое в процессе управления. Но в реальности оно выполняется лишь приближенно, поскольку любое физическое изменение происходит в результате некоторого процесса во времени, который мог бы быть описан дифференциальной связью. При моделировании она как бы игнорируется, и таким образом поставленная задача оказывается производной по отношению к задаче, в которой эта связь бы учитывалась.

В данном случае вырожденность является благом, которая состоит в возможности исключения имеющихся пассивных связей, что ведет к понижению порядка системы

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 07-01-90101) и РГНФ (проект 06-02-00055а).

связи, т.е. к упрощению задачи. Полученные результаты (магистральные решения) являются начальным или нулевым приближением оптимального решения в многоэтапном процессе оптимизации. Аналитические результаты дают благодатную почву для исследования, для различных сценариев развития эколого-экономических процессов.

Структура математической модели

Республика Бурятия рассматривается как единая территория, описываемая системой уравнений обобщенного динамического баланса:

$$v = Av + Bu + A^{(z)}z + B^{(z)}w + p,$$

$$\dot{V} = u, \dot{Z} = w,$$

$$\dot{R} = Q(R - R^{*}) - Du - Cv -$$

$$-Fp - D^{(z)}w - F^{(L)}L + Jz,$$

$$0 \le v \le V, 0 \le z \le Z,$$

v(t) – вектор выпуска продукции по всем технологиям в момент времени;

V(t) – вектор производственных мощностей;

z(t) – вектор интенсивности восстановления ресурсов, т.е. скорость изменения показателей природной среды под действием текущих восстановительных мероприятий;

Z(t) – вектор мощностей природовосстановительных отраслей;

u(t), w (t) – скорости изменения мощностей V (t) и Z(t);

p(t) – вектор конечного непроизводственного потребления;

R(t) – вектор показателей состояния природной среды и ресурсов;

R* – вектор невозмущенного (естественного) состояния природной среды;

A – матрица коэффициентов прямых затрат в производственном потреблении, элемент a_{ij} которой показывает количества продукции j-й отрасли, затрачиваемое на выпуск единицы продукции j - ой отрасли;

B - матрица коэффициентов фондообразующих затрат, элемент b_{ij} которой показывает количество продукта j-й отрасли, затрачиваемое на единичное приращение мощностей отрасли;

A^{z} – матрица коэффициентов прямых затрат при восстановлении ресурсов, элемент $b_{ij}^{(z)}$ которой показывает количество продукта отрасли j при единичном восстановлении ресурса j;

$B^{(z)}$ – матрица коэффициентов фондообразующих затрат при восстановлении ресурса которой показывает количество продукта отрасли при единичном приросте мощности

Q – матрица коэффициентов самовосстановления (диагональные элементы q_{ii}) и взаимовлияния (элементы $q_{ii}, i \ne j$) показателей природной среды;

C – матрица удельных ресурсных затрат при выпуске продукции, в которой элемент c_{ij} показывает изменение показателя R_i при единичном выпуске продукта отрасли j в единицу времени;

D – матрица удельных ресурсных затрат при развитии основного производства, в которой элемент d_{ij} показывает изменение показателя R_i при единичном изменении мощности j-й отрасли в единицу времени;

F - матрица, элементы R_i f_{ij} которой показывают изменение ресурса i, обусловленное единичным непроизводственным потреблением продукта отрасли j в единицу времени;

$F^{(L)}$ – вектор, компоненты $f_i^{(l)}$ которого показывают изменение показателя R_i под воздействием населения в единицу времени;

L (t) – население региона в момент времени.

В системе не учитывается возрастание расходных коэффициентов с уменьшением количества полезного ресурса, но приемлемое решение достигается подбором специального функционала, стимулирующего как экономическую, так и природную подсистемы модели. Кроме того, мы предполагаем следующее:

1) производственные мощности используются полностью, т.е. производственная функция V не зависит от R и совпадает с функцией Кобба-Дугласа, т.е.

$$V = \gamma(\Phi)^{\alpha}(L)^{1-\alpha}; 0 < \alpha \le 1; \gamma > 0,$$

где L – численность населения (работников);

2) выпуск используется на инвестиции (u), потребление (p) и затраты на восста-

новление ресурса (z);

3) население не растет, L = const, $V = \gamma_1(\Phi)^\alpha$;

4) мощность восстановительной отрасли не лимитирует интенсивности восстановления, т.е. можно положить $w = 0$ и исключить уравнение относительно $\Phi^{(z)}$.

5) природный ресурс не используется на расширении производства, потребление и «обслуживание» восстановительной отрасли. т.е. $D = F = F^{(l)} = D^z = 0$, кроме того, $Q = \mathrm{const} < 0$,

$$\pi = lp - l^0(R - R_z)^2,\ \ l, l \geq 0,\ \ l + l^0 = 1,$$

т.е. максимизируется функционал, имеющий смысл комбинации общего потребления и среднеквадратичного отклонения показателя природного ресурса от невозмущенного, при условиях:

$$\dot{\Phi} = u - \Delta\Phi, \quad (1)$$

$$R = Q(R - R_*) - CV(\Phi) + z,\ u \geq 0 \quad (2)$$

$$\Phi(0) = \Phi_н;\ R(0) = R_н;\ \Phi(t_k) = \Phi_k; \quad (3)$$

$$\vartheta \qquad p = (1 - A)v - Bu - A^z z. \quad (4)$$

Величины $\Phi_н, R_н, \Phi_k, R_k$ заданы. Ограничения на «p» и на «z» не предусматривается. Для определенности полагаем $t_н = 0$. Предварительно построим нижнюю Φ_b и верхнюю Φ_a, границы Φ, исходя из ограничения (3). Они составляют из решений уравнения $\Phi = -\Delta\Phi$, исходящих из точек $(t_н = 0, \Phi_н)$ и границы Φ = 0. Функция K имеет вид

$$K = \varphi_\phi(u - \Delta\Phi) + \varphi_R(Q(R - R_*) -$$
$$-CV(\Phi) + z) + lp - l^o(R - R_*)^2 + \varphi_t.$$

Подставим выражение для «p» (формула (1)) в (1) и функцию «φ» зададим так, чтобы K не зависело от «u», «z». Приравнивая к нулю коэффициенты при управлениях «u» и «z»

$$\varphi_\Phi - Bl = 0; \qquad \varphi_R - lA^{(z)} = 0$$

и решая полученную систему относительно φ, получим

$$\varphi = l(B\Phi + A^{(z)}R);$$

$$K = \varphi_\phi\Delta\Phi + \varphi_R(Q(R - R_*) - CV) +$$
$$+l(1 - A)V - l^o(R - R_*)^2 =$$
$$= l(\omega V - B\Delta\Phi) + lA^{(2)}Q(R - R_*) - l^o(R - R_*)^2,$$

где

$\omega = 1 - A - A^z C_a$. Пусть $\omega > 0$. Тогда максимум K (с учетом $V = \gamma_1\Phi^\alpha$) достигается в стационарной точке, определяемой условиями

$$K_\Phi = l(\omega\gamma_1\alpha\Phi^{\alpha-1} - B\Delta) = 0;$$

$$K_R = lA^{(z)}Q - 2l^0(R - R_*) = 0,$$

либо на одной из границ. Отсюда

$$\tilde{\Phi} = \min((\frac{\omega\gamma_1\alpha}{B\Delta})^{1/1-\alpha}, \phi_a(t)); R = R_* + \frac{lA^{(z)}Q}{2l^0}$$

Пусть теперь $\omega \leq 0$. В этом случае $\tilde{\Phi} = \Phi_b(t), \tilde{R}$ сохраняется тем же.

В целом решением в пространстве (R,Φ) является последовательность, апроксимирующая следующую разрывную функцию:

$$(R(t), \Phi(t)) = \begin{cases} R_н, \Phi_н), t = 0 \\ (\tilde{R}, \tilde{\Phi}), t \in (0, t_к) \\ R_k, \Phi_к), t = t_к. \end{cases}$$

Эта последовательность может быть построена следующим образом (для определенности $\tilde{R} > R_н$):

$$R_s(t) = R_н + st; \Phi_s(t) =$$
$$= \Phi_н + kst; t \in [0, t^0];$$
$$R_s(t) = R; \Phi_s(t) = \Phi; t \in [t^0, t^k];$$
$$t^* = \frac{1}{s}(\tilde{R} - R_н); \kappa = (\Phi - \Phi_н)(st^0)^{-1};$$
$$z_s = s + CV(\Phi_s) - Q(R - R_*);$$
$$p_s = (\tilde{1} - A)V(\Phi_s) - Bu_s - A^{(z)}z_s;$$
$$u_s = \Phi_s + \Delta\Phi_s.$$

Наибольшее значение функционала П равно (с учетом того, что границы t, R, Φ заданы) $П = -\inf_D \mathrm{I}$.

Если заменить в выражении $\tilde{\Phi}$ границу Φ_b(t) очевидной нижней границей Φ = 0, то мы получим типичное магистральное решение, где магистралью является пара

$$\tilde{R}, \tilde{\Phi} = \min((\frac{\omega\gamma_1\alpha}{B\Delta})^{1/1-\alpha}, 0).$$

Для магистрали (если считать, что точки ($R_н, \Phi_н$) и ($R_к, \Phi_к$) лежат на ней или просто совпадают)

$$\tilde{\Pi} = \int_{t_n}^{t_k} K(\tilde{\Phi},\tilde{R})dt = (t_k - t_n)\bullet K(\tilde{\Phi},\tilde{R}) \approx$$

$$\begin{cases} t_k l((1-\alpha)(\omega\gamma_1)^{1/(1-\alpha)} \bullet (\frac{\alpha}{B\Delta})^{\alpha/(1-\alpha)} + \frac{1}{4}\bullet\frac{1}{l^0}(A^{(z)}Q)^2), & \omega>0, \\ \frac{1}{4}t_k\frac{(l)^2}{l^0}(A^{(z)}Q^2, & \omega \le 0 \end{cases}$$

Это решение допускает достаточно простое качественное исследование и наглядную содержательную интерпретацию. Мы *проведем это исследование, считая, что* t_k достаточно велико и можно в связи с этим пренебречь участками выхода на магистраль и схода с магистрали. Заметим, что при $(l^0,l)=(0,1), z=0$ и свободном R_k получается чисто экономический вариант. Для него получившиеся два типа решения соответствуют экономике рентабельной $(A<1)$ (т.е. прямые затраты меньше выпуска) и нерентабельной (А >1). Естественно, что нерентабельная экономика по рассматриваемому критерию не должна развиваться. Как видно, заботы о сохранении и воспроизводстве ресурса $(A^{(z)} \ne 0, l>0)$ приводят к снижению порога рентабельности на величину $A^{(z)}C: A \le 1 - A^{(z)}C$.

Если этот порог превышен, то магистралью будет Ф = 0, т.е. производство, представленное основными фондами Ф, должно сворачиваться. При этом, однако, потребление р не исчезает. Из уравнений № 2 видно, что $\tilde{p} = -\tilde{z} = Q(R-R_a)$, $\tilde{z}<0$, так как $V(\tilde{\Phi})=0$. Это означает, что восстанавливающая отрасль становится эксплуатирующей с интенсивностью естественного восстановления ресурса. Его, очевидно, нужно иметь в виду, чтобы заботиться о таких условиях, выраженных неравенством ω>0, при которых оно неоптимально.

Обратим, что состояние $\tilde{R}$ ресурса улучшается (приближается к R_a) с уменьшением коэффицента затрат $A^{(z)}$. При $\alpha \to$ производственная функция приближается к линейной (характерная зависимость, часто используемая в экономическом анализе). В этом случае при $(\omega\lambda_1/B\Delta)<1$ стационарное значение $\tilde{\Phi}$ стремится к нулю, а при $(\omega\gamma_1/B\Delta)>1$ отодвигается в бесконечность, и $\tilde{\Phi}$ становится граничным

$$\tilde{\Phi} = \Phi_k e^{-\Delta(t-t_k)} \quad R = R.$$

Решение для R при этом не меняется.

Теперь, рассматривая выражение для П для разных случаев, нетрудно сделать следующее общее заключение. Эффективность рассматриваемой эколого-экономической системы (оцениваемая величиной $\tilde{\Pi}$) определяется параметрами А, В, Δ, С, A^z.

Первые три характеризуют собственно эффективность экономической составляющей, которая повышается с их уменьшением. При достаточно эффективной экономике, когда $\tilde{Z}>0, A^{(z)}$ имеет смысл удельной затрат и ее выгодно снижать; в противном случае, когда $\tilde{Z}<0, A^{(z)}$ имеет смысл удельной отдачи от эксплуатации ресурса и этот параметр выгодно увеличивать, однако, как нетрудно видеть, ценой ухудшения состояния ресурса. Таким образом, главными факторами эффективности системы в целом и сохранения ресурса являются экономические факторы при условии активного управления ресурсом.

Замечание 1. До сих пор предлагалось, что население L (численность работников) постоянно. Пусть оно растет по закону $L = L_n e^{\delta t}$, а функция полезности π рассчитывается на душу населения. Это можно учесть, полагая $l = l(t) = l_n e^{-\delta t}$, $l^0 = l_n{}^0 e^{-\delta t}$, где $l_n + l_n^0 = 1$. Задавая φ по-прежнему выражение (2) и подставляя его, получим (с учетом того, что теперь $\varphi_t \ne 0$)

$$K = l\omega V(L,\Phi) - B(l\Delta - l)\Phi + A^{(z)}lR +$$

$$+ lA^{(z)}Q(R-R_z) - l^0(R-R_0)^z$$

$$K_\Phi = l\omega\gamma\alpha(L)^{(1-\alpha)}(\Phi)^{(\alpha-1)} - B(l\Delta - l) = 0$$

$$K_R = lA^{(z)}Q - 2l^0(R-R_z) + A^{(z)}l = 0.$$

Отсюда с учетом выражений для l, l^0, получим $\tilde{\Phi} = L(\frac{\omega\gamma\alpha}{D(\Delta+\delta l)})^{1/(1-\alpha)}$;

$$\tilde{R} = \frac{l_n A^{(z)}(Q-\delta)}{2l_n^0} = R_z.$$

Это магистраль для рассматриваемого случая. Отметим, что $\tilde{R}$ по-прежнему постоянно, а $\tilde{\Phi}$ растет. Если для наглядности пренебречь амортизацией, положив $\Delta = 0$, то $\tilde{\Phi} = const \cdot L$. Отсюда $\tilde{V} = \gamma(L)^{(1-a)}(const \cdot L)^a = const_1 \cdot L$, т.е. основные фонды растут с темпом роста населения L.

Заключение

Возможно рассмотрение различных задач, отражающих реальные факты и требования, как ограничения на состояния ресурсов, зависимость удельных затрат и способности к самовосстановлению от состояния ресурсов, затраты на мощность восстановительной отрасли других затрат и т. п. Дополнительно можно было бы моделировать различные сценарии развития с учетом социального блока, в первую очередь исследовать проблемы, связанные с состоянием здоровья населения, а также различные социально значимые на данный период задачи.

Литература

1. Гурман В.И. Принцип расширения в задачах управления. – М.: Наука, Физматлит, 1997.

2. Гурман В.И, Рюмина В. И. Моделирование социо-эколого-экономической системы региона. М.: Наука, 1975.