

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Бурятский государственный университет имени Доржи Банзарова»

ПРОГРАММА

вступительного экзамена по направлению подготовки

01.04.02 Прикладная математика и информатика

«Математическое и компьютерное моделирование»

г. Улан-Удэ, 2024

ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ

Программа вступительного испытания составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки. Цель вступительного испытания: определить уровень подготовки поступающих в БГУ.

Испытание по предмету проходит в форме компьютерного тестирования. Время отведенное на тестирование - 45 мин.

Минимальный балл для сдачи экзамена по программам магистратуры - 65 баллов.

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

Программа содержит вопросы из разделов математики:

АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ

1. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Определитель матрицы. Свойства определителя. Метод Крамера решения систем линейных уравнений.
2. Линейные пространства. Линейная зависимость и линейная независимость систем векторов. Базис и ранг системы векторов. Матрица перехода от одного базиса к другому. Координаты вектора в базисе. Изменение координат вектора при изменении базиса.
3. Кольцо многочленов. Делимость многочленов. Наибольший общий делитель двух многочленов. Алгоритм Евклида нахождения наибольшего общего делителя.
4. Линейные преобразования линейных пространств. Матрица линейного преобразования в базисе. Изменение матрицы линейного преобразования при изменении базиса.
5. Собственные числа и собственные векторы линейного преобразования. Характеристический многочлен линейного преобразования. Нахождение собственных чисел и собственных векторов линейного преобразования.
6. Евклидовы пространства. Симметрические преобразования. Нахождение ортонормированного базиса, состоящего из собственных векторов симметрического преобразования.
7. Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому и нормальному виду. Метод Лагранжа и метод Якоби. Положительно определённые квадратичные формы. Критерий Сильвестра.
8. Гиперповерхности второго порядка в

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

1. Вещественные числа. Десятичная запись вещественного числа. Свойства вещественных чисел. Аксиома Архимеда. Свойство непрерывности.
2. Верхняя и нижняя грани числового множества, их характеристические свойства. Теорема о существовании верхней (нижней) грани у ограниченного сверху (снизу) числового множества.
3. Ограниченные отображения, верхняя и нижняя грани отображения.
4. Бесконечно малые, бесконечно большие последовательности, их свойства. Арифметические свойства сходящихся последовательностей.

5. Предельный переход в неравенствах. Теорема о существовании предела у ограниченной монотонной последовательности. Число “ e ”.
6. Теорема Больцано–Вейерштрасса о существовании частичного предела у ограниченной числовой последовательности. Верхний и нижний пределы последовательности.
7. Критерий Коши сходимости последовательности.
8. Предел функции в точке по Гейне и по Коши; эквивалентность этих определений. Односторонние пределы в точке. Арифметические операции над функциями, имеющими предел.
9. Критерий Коши существования предела функции в точке.
10. Замечательные пределы.
11. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, теоремы о них. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции.
12. Теорема о пределе сложной функции.
13. Непрерывность функции в точке. Односторонняя непрерывность. Арифметические операции над непрерывными функциями.
14. Свойство устойчивости знака непрерывной в точке функции.
15. Свойство локальной ограниченности непрерывной в точке функции.
16. Непрерывность элементарных функций.
17. Точки разрыва функции и их классификация. Теорема о точках разрыва монотонной на отрезке функции.
18. Первая теорема Коши (о прохождении непрерывной функции через нуль при смене знаков).
19. Вторая теорема Коши (о промежуточных значениях непрерывной на отрезке функции).
20. Первая теорема Вейерштрасса (об ограниченности непрерывной на отрезке функции).
21. Вторая теорема Вейерштрасса (о достижении верхней и нижней границей непрерывной на отрезке функцией).
22. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора о равномерной непрерывности функции, непрерывной на отрезке.
23. Свойства открытых и замкнутых множеств. Компакт.
24. Теорема о равномерной непрерывности функции, непрерывной на компакте.
25. Производная, ее геометрический смысл. Односторонние производные.
26. Непрерывность функции, дифференцируемой в точке.
27. Производная суммы, произведения и частного двух функций.
28. Производная сложной и обратной функций. Дифференцирование функции, заданной параметрически.
29. Производные элементарных функций.
30. Производные высших порядков. Формула Лейбница.
31. Дифференциал функции, геометрический смысл дифференциала. Правила вычисления дифференциала. Инвариантность формы первого дифференциала.
32. Дифференциалы высших порядков.
33. Лемма Дарбу о возрастании или убывании функции в точке.
34. Теорема Ферма о локальном экстремуме функции.
35. Теорема Ролля о нуле производной.
36. Теорема Лагранжа (формула конечных приращений).
37. Теорема Коши (обобщенная формула конечных приращений).

38. Первое и второе правило Лопиталья.
39. Формулы Тейлора и Маклорена с остаточным членом в форме Пеано.
40. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.
41. Разложение элементарных функций по формуле Маклорена.
42. Необходимое и достаточное условия локального экстремума.
43. Выпуклость графика функции. Достаточное условие выпуклости графика функции.
44. Необходимое и достаточное условия точки перегиба.
45. Асимптоты графика функции. Необходимое и достаточное условие существования наклонной асимптоты.
46. Первообразная и неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица интегралов.
47. Замена переменной в неопределенном интеграле. Формула интегрирования по частям.
48. Интегрирование рациональных дробей.
49. Интегрирование тригонометрических выражений, универсальная тригонометрическая подстановка.
50. Интегрирование простейших иррациональных функций.

ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА

1. Множества. Операции над ними. Отношения и функции.
2. Конечные и счетные множества. Мощность континуума. Теорема Кантора о мощности \mathbb{R} .
3. Размещения, перестановки, сочетания (основные комбинаторные объекты и числа).
4. Треугольник Паскаля. Бином Ньютона.
5. Основные комбинаторные тождества. Производящие функции.
6. Полиномиальная теорема.
7. Принцип включения – исключения.
8. Упорядочение двоичных наборов. Определение и методы представления булевых функций. Число булевых функций фиксированной размерности.
9. Унарные и бинарные булевы функции.
10. Определение термов. Значение, глубина, множество переменных термов. Множество подтермов. Функция, представляющаяся термом, эквивалентность термов. Упорядоченные термы.
11. Остаточные функции. Существенные и фиктивные аргументы. Лемма о существенном аргументе.
12. Леммы о подстановке и замене.
13. Двойственные функции и двойственные термы. Принцип двойственности.
14. Основные эквивалентности термов над множеством бинарных функций.
15. Теорема о разложении функции по переменным. Конъюнктивные, дизъюнктивные и полиномиальные разложения функций по переменным.
16. Канонические формы булевых функций: совершенная дизъюнктивная нормальная форма и совершенная конъюнктивная нормальная форма.
17. Канонические формы булевых функций: полином Жегалкина.
18. Замкнутые множества булевых функций. Предложения и леммы для множеств, сохраняющих 0 и сохраняющих 1.

19. Замкнутые множества булевых функций. Предложения и леммы для множества линейных функций.
20. Замкнутые множества булевых функций. Предложения и леммы для множества самодвойственных функций.
21. Замкнутые множества булевых функций. Предложения и леммы для множества монотонных функций.
22. Критерий полноты множества булевых функций.
23. Псевдографы, графы. Способы задания. Изоморфизм графов. Ориентированные графы.
24. Задание графов диаграммами. Задание пространственной диаграммой без пересечения ребер.
25. Плоские и планарные графы. Теорема Эйлера.
26. Два примера не планарных графа. Гомеоморфизм графов. Теорема Понтрягина – Куратовского.
27. Лемма о существовании вершины степени не более 5.
28. Теорема о пяти красках.
29. Сети. Потоки в сетях. Теорема Форда-Фалкерсона.
30. Деревья. Теорема о эквивалентных условиях понятия дерева.
31. Нумерованные деревья. Теорема Кэли.
32. Эйлеровы графы. Критерий.
33. Гамильтоновы графы. Признак.

ОСНОВЫ ПРОГРАММИРОВАНИЯ

1. Основные конструкции структурного программирования: присваивание, следование, ветвление, цикл.
2. Алгоритмы для решения теоретико-числовых и простейших вычислительных задач.
3. Подпрограммы и функциональное программирование. Рекурсивные алгоритмы.
4. Сложность вычислений. Время и память вычисления, максимальные и средние оценки.
5. Спецификация и верификация программ. Предусловия, постусловия, частичная и полная корректность, инвариант и ограничитель цикла.
6. Системы счисления и представление чисел в ЭВМ. Двоичная система счисления и побитовые операции.
7. Работа с текстом. Представление текста в ЭВМ. Обработка текста. Поиск текста.
8. Работа с файлами. Основные действия по обработке текстовых файлов (открытие, закрытие, чтение, запись).
9. Поиск в линейных структурах данных. Линейный поиск. Дихотомические методы поиска. Максимальное и среднее время работы алгоритмов.
10. Сортировка в линейных структурах данных. Квадратичные алгоритмы сортировки (пузырьком, вставками, выбором максимального элемента) и их модификации. Сортировки Шелла. Логарифмические методы сортировки (слияниями, Хоара). Максимальное и среднее время работы алгоритмов.
11. Динамическое распределение памяти. Динамические структуры данных. Списки (односвязные и двусвязные, линейные и кольцевые, многомерные). Деревья. Представления графов. Хеш-таблицы.

12. Объектно-ориентированное программирование. Построение классов, наследование, перегрузка операторов. Шаблоны.

ПРИМЕРНЫЕ ВОПРОСЫ ТЕСТОВЫХ ЗАДАНИЙ

- 1) Системы линейных уравнений. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
Определитель матрицы. Свойства определителя. Метод Крамера решения систем линейных уравнений.
- 2) Алгоритмы для решения теоретико-числовых и простейших вычислительных задач.
- 3) Замена переменной в неопределенном интеграле. Формула интегрирования по частям.
- 4) Плоские и планарные графы. Теорема Эйлера.
- 5) Критерий полноты множества булевых функций.
- 6) Системы счисления и представление чисел в ЭВМ. Двоичная система счисления и побитовые операции.
- 7) Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому и нормальному виду. Метод Лагранжа и метод Якоби. Положительно определённые квадратичные формы. Критерий Сильвестра.
- 8) Основные конструкции структурного программирования: присваивание, следование, ветвление, цикл.
- 9) Интегрирование простейших иррациональных функций.
- 10) Сортировка в линейных структурах данных. Квадратичные алгоритмы сортировки (пузырьком, вставками, выбором максимального элемента) и их модификации.
- 11) Конечные и счетные множества. Мощность континуума. Теорема Кантора о мощности \mathbb{R} .
- 12) Канонические формы булевых функций: полином Жегалкина.
- 13) Линейные пространства. Линейная зависимость и линейная независимость систем векторов. Базис и ранг системы векторов. Матрица перехода от одного базиса к другому.
Координаты вектора в базисе. Изменение координат вектора при изменении базиса.
- 14) Первое и второе правило Лопиталья.
- 15) Замечательные пределы.
- 16) Канонические формы булевых функций: совершенная дизъюнктивная нормальная форма и совершенная конъюнктивная нормальная форма.
- 17) Собственные числа и собственные векторы линейного преобразования. Характеристический многочлен линейного преобразования. Нахождение собственных чисел и собственных векторов линейного преобразования.
- 18) Работа с файлами. Основные действия по обработке текстовых файлов (открытие, закрытие, чтение, запись).
- 19) Производная, ее геометрический смысл. Односторонние производные.
- 20) Объектно-ориентированное программирование. Построение классов, наследование, перегрузка операторов. Шаблоны.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М.: Наука, 1975.
2. Глухов М.М., Елизаров В.П., Нечаев А.А. Алгебра: Учебник. В 2-х т.-М.: Гелиос АРВ, 2003.
3. Кострикин А.И. Введение в алгебру. М.: Наука, учебник, 1977.
4. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре. М.: Наука, 1977.
5. Сборник задач по алгебре. Под ред. А.И.Кострикина, М.: Наука, 1995.
6. Мальцев А.И. Основы линейной алгебры. М.: Наука, 1970.
7. Калужнин А.Г. Введение в общую алгебру. М.: Наука, 1973
8. Скорняков Л.А. Элементы общей алгебры. М.: Наука, 1983.
9. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре. М.: Наука, 1984.
10. Куликов Л.Я. Алгебра и теория чисел. М.: Высшая школа, 1979.
11. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. М.: Юнимедиастайл, 2002.
12. Рудин Основы математического анализа. М.: Мир. 1976.
13. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1–3. М.: Наука.
14. Кудрявцев Л.Д. Математический анализ. Т.1,2. М.: Высшая школа. 1970.
15. Ляшко И.И. Основы классического и современного математического анализа. - Киев, Высшая школа. 1988.
16. Н.Вирт. Алгоритмы и структуры данных. М. Мир, 1984.
17. С.М.Дудаков. Математическое введение в информатику. Тверь: ТвГУ, 2003.
18. Д.Кнут. Искусство программирования для ЭВМ (три тома). М. Мир, 1978.
19. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. М. Высшая школа, 2001.
20. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Задачи и упражнения по дискретной математике. М. Физматлит, 2004.
21. Перязев Н.А. Основы теории булевых функций. М. Физматлит, 1999.
22. Редькин Н.П. Дискретная математика. М. Физматлит, 2009.
23. Новиков Ф.П. Дискретная математика для программистов. С.-П. Питер, 2009.