

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Бурятский государственный университет имени Доржи Банзарова»

ПРОГРАММА

вступительного экзамена по научной специальности

1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика

г. Улан-Удэ, 2025

1. АННОТАЦИЯ

Программа вступительного экзамена составлена в соответствии с Федеральными государственными требованиями по научной специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

2. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ

Цель вступительного экзамена в аспирантуру является проверка способности заниматься научно-исследовательской и педагогической деятельностью по избранному направлению.

Основные задачи вступительного экзамена:

- проверка уровня знаний претендента;
- определение склонности к научно-исследовательской и педагогической деятельности;
- определение уровня научных интересов;
- определение уровня научно-технической эрудиции претендента.

3. ФОРМА ПРОВЕДЕНИЯ ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ

Вступительные испытания в аспирантуру проводятся в форме устного экзамена.

В ходе вступительных испытаний поступающий должен показать:

- знание теоретических основ дисциплин бакалавриата и магистратуры по соответствующему направлению;
- владение культурой мышления, способность в письменной и устной речи правильно оформлять его результаты;
- умение поставить цель и сформулировать задачи, связанные с реализацией профессиональных функций.

4. ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ

Результаты вступительных испытаний оцениваются по стобалльной шкале. Оценка определяется как средний балл, выставленный экзаменаторами во время экзамена. Критерии оценки результатов устного экзамена в аспирантуру:

100-85 Полный безошибочный ответ, в том числе на дополнительные вопросы членов экзаменационной комиссии. Поступающий должен правильно определять понятия и определения, выявлять основные тенденции и противоречия, свободно ориентироваться в теоретическом и практическом материале.

84-65 Правильные и достаточно полные, не содержащие ошибок и упущений ответы. Оценка может быть снижена в случае затруднений поступающего при ответе на дополнительные вопросы членов экзаменационной комиссии. При ответе допущены отдельные несущественные ошибки.

64-30 Недостаточно полный объем ответов, наличие ошибок и некоторых пробелов в знаниях.

29-20 Неполный объем ответов, наличие ошибок и пробелов в знаниях.

19-1 Отсутствие необходимых знаний.

Минимальный балл для зачисления — 65.

5. ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ДЛЯ ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ

1. Понятие меры и интеграла Лебега.
2. Метрические и нормированные пространства. Банаховы и гильбертовы пространства.
3. Пространства интегрируемых функций L^p . Полнота, сепарабельность, критерий компактности, сильная и слабая сходимость.
4. Линейные операторы и функционалы. Теорема Хана—Банаха. Теорема Банаха—Штейнгауза.
5. Линейные операторы и функционалы в гильбертовых пространствах.
6. Компактные и сопряженные операторы в банаховых пространствах.
7. Компактные самосопряженные операторы в гильбертовом пространстве. Спектральная

- теорема.
8. Теоремы о неподвижной точке. Принцип Банаха. Метод последовательных приближений. Принцип Шаудера.
 9. Интегральные операторы в пространствах функций.
 10. Понятие вариации. Основная лемма вариационного исчисления .
 11. Уравнения Эйлера-Лагранжа.
 12. Основы вариационного исчисления.
 13. Задачи оптимального управления.
 14. Принцип максимума Понтрягина.
 15. Дифференцируемость функции комплексного переменного и ее геометрический смысл. Конформные отображения, осуществляемые элементарными функциями.
 16. Комплексное интегрирование. Интегральная теорема Коши.
 17. 17.Ряды Тейлора и Лорана.
 18. Изолированные особые точки однозначного и многозначного характера. Принцип аналитического продолжения. Понятие римановой поверхности.
 19. Теория вычетов и ее приложения.
 20. Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка и нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
 21. Простейшие классы интегрируемых уравнений первого порядка.
 22. Необходимое и достаточное условие линейной зависимости решений линейной однородной системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Формула Лиувилля — Остроградского.
 23. Метод вариации произвольных постоянных для линейной неоднородной системы дифференциальных уравнений.
 24. Теоремы Ляпунова и Четаева об устойчивости.
 25. Устойчивость по первому приближению.
 26. Автономные системы.
 27. Понятие о краевых задачах для линейного дифференциального уравнения второго порядка.
 28. Собственные значения и собственные функции краевых задач. Функция Грина.
 29. Представление решений дифференциальных уравнений рядами.
 30. Функции Бесселя.
 31. Классификация уравнений второго порядка в частных производных. 31.Понятие о корректности постановок. Пример Адамара.
 32. Задача Коши и смешанная задача в квадрате для гиперболической системы 1 -го порядка с двумя независимыми переменными. Теорема существования и единственности.
 33. Формула Кирхгоффа. Принцип Гюйгенса.
 34. Принцип максимума для решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.
 35. Схема метода разделения переменных. Решение уравнения Лапласа в пространстве методом Фурье.
 36. Краевые задачи для уравнений Лапласа в шаре и в полупространстве, функция Грина.
 37. Формула Пуассона решения уравнения теплопроводности по начальным значениям температуры (задача Коши).
 38. Метод спуска для получения решения двумерного волнового уравнения.
 39. Преобразование Фурье и его свойства. Применение преобразования Фурье для решения задачи Коши для волнового уравнения.

6. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

Основная литература

1. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анали-

- за. М.: Наука, 1984.
2. Канторович Л.В., Акилов Г.П. Функциональный анализ. М.: Наука, 1984.
 3. Бицадзе А.В. Основы теории аналитических функций комплексного переменного. М.: Наука, 1984.
 4. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексной переменной. М.: Физматлит, 2010.
 5. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1970.
 6. Треногин В.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Физматлит, 2009.
 7. Бибиков Ю.Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Высшая школа, 1991.
 8. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики. М.: Физматлит, 2003.
 9. Треногин В.А., Недосекина И.С. Уравнения в частных производных. М.: Физматлит, 2013.
 10. Михлин С.Г. Уравнения математической физики. С Пб.: Лань. 2002.
 11. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. М.: Физматлит, 2005.

Дополнительная литература

1. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1979.
2. Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики. М.: Мир, 1978.
3. Ильин А.М. Уравнения математической физики. М.: Физматлит, 2009.
4. Кожанов А.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Ч. 1. Основной курс. Новосибирск: НГУ, 2008.
5. Благодатских В.И. Введение в оптимальное управление: линейная теория. М.: Высшая школа, 2001.

Зав. кафедрой прикладной математики и
дифференциальных уравнений,
к.ф.-м.н., доцент

Цыренжапов Н.Б.
(подпись)